

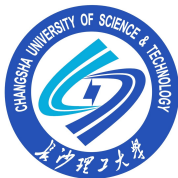
# 信息经济学

## 第五课：序贯博弈（一）

彭世喆

数字经济系  
长沙理工大学经济与管理学院

2024 年 3 月 28 日



- ① 游戏一：帽子藏现金
- ② 游戏二：破釜沉舟
- ③ 游戏三：饥饿的狮子
- ④ 游戏四：斯塔克伯格模型
- ⑤ 游戏五：尼姆游戏
- ⑥ 复习

## 帽子藏现金游戏

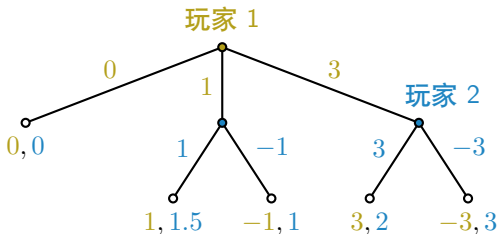
- 第一步：玩家 1 决定在一个帽子里放入 0 元、1 元还是 3 元，然后将帽子传给玩家 2
- 第二步：玩家 2 决定在帽子里放入等额的现金还是拿走现有的现金

$$\text{玩家 1 的效用} = \begin{cases} 0, & \text{如果放入 0 元} \\ 2x, & \text{如果放入 } x \text{ 元且玩家 2 跟放} \\ -x, & \text{如果放入 } x \text{ 元但玩家 2 不跟放} \end{cases}$$

$$\text{玩家 2 的效用} = \begin{cases} 2.5 - 1 = 1.5, & \text{如果跟放 1 元} \\ 5 - 3 = 2, & \text{如果跟放 3 元} \\ x, & \text{如果帽子里有 } x \text{ 元且不跟放} \end{cases}$$

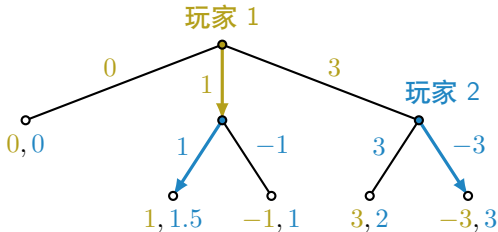
## 游戏分析

- 风险投资决策的简单版本（想象玩家 1 是贷方，玩家 2 是借方，选择认真工作还是偷懒）
- 序贯博弈（Sequential game）
  - 非同时决策，但关键不在于时间先后
  - 玩家 2 在决策前知道玩家 1 的选择；玩家 1 知道玩家 2 在决策前知道玩家 1 的选择
- 决策树（决策节点、结果节点、枝、路径）



# 游戏分析

- 逆向归纳法 (Backward induction)
  - 课程后半段最重要的概念
  - 先行者站在后行者的立场上思考，预测后行者的最优决策
  - 然后根据决策树倒推回来
- 决策树剪枝

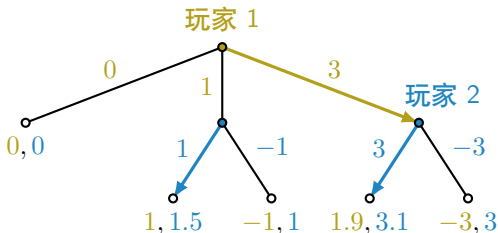


## 道德风险 (Moral hazard)

- 为什么不能实现结果 (3, 2) 呢
  - 如果玩家 2 跟进，则玩家 1 会放 3 元，但玩家 2 不会跟进
- 道德风险
  - 双方利益不一致
  - 玩家 2 有动机采取对玩家 1 不利的行为，导致双方利益都受损
  - 例子：贷款规模变小（减小欺骗动机）、车险设立免赔额（不给全保）
  - 解决方式：立法规范市场（失信名单）、限制资金用途（借方成为先行者）、分阶段发放贷款（变成重复博弈）

# 机制设计 (Incentive design)

- 还可以通过改变合同来改变利润分配方式，使双方动机一致 (例如，当结果 (3, 2) 实现时，玩家 1 愿意拿出 1.1 给玩家 2)
- 投资回报率下降了 ( $1/1 = 100\% > 1.9/3 \approx 63\%$ )
- 如何改进此投资项目呢？(分散投资，取决于钱数和项目数)

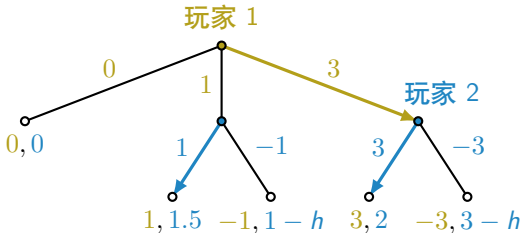


# 机制设计

## 经验 11

大蛋糕的小份额可能比小蛋糕的大份额更大。

- 方式
  - 工资不固定，与产量挂钩（委托代理问题，Principal-agent problem）
  - 担保（发生欺骗时没收房产  $h$ ）



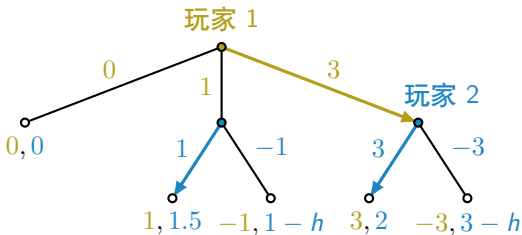


# 机制设计

- 担保的作用不在于给了借方额外的收益，而是给了贷方额外的支出。但对于贷方来说，结果却变好了

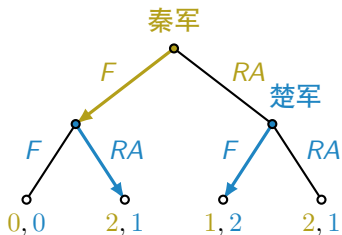
## 经验 12

有时降低玩家的收益会使得结果变好，因为改变了博弈中其他玩家的行为。



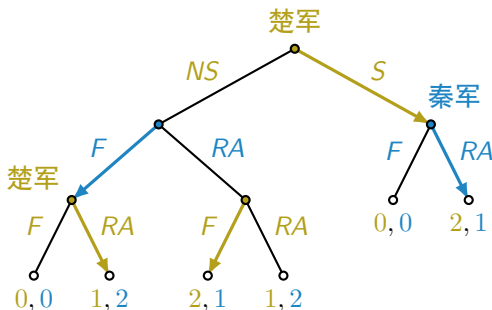
# 破釜沉舟游戏

- 楚国入侵秦国
- 秦军先选择进攻还是逃跑，楚军再选择进攻还是逃跑
- 当两军都选择逃跑时，判秦军胜利
- 楚国想入侵却只能逃跑



# 破釜沉舟游戏

- 楚军还可以率先选择沉船还是不沉船。如果沉船，则楚军后续只能选择进攻
- 秦军的选择由进攻转为逃跑



# 启示

## 经验 13

有时舍弃一些选项对自己更有利。

- 楚军需要使沉船这种行为成为一种可信的承诺 (Commitment)，通过排除其他可选行为，从而改变秦军的行为
- 承诺策略的前提是让其他玩家知道这个承诺，而不是悄悄地采取行动（担保、核威胁）
- 项羽当年沉船重点不是让对方知道，而是让己方知道。他改变的是己方的决策，而非对方的决策

## 饥饿的狮子游戏

- 有一群饥饿的狮子和一只羊
- 狮群是一个等级森严的社会，只有狮王才能去吃这只羊
- 可如果狮王吃了这只羊，它就会犯困睡觉，然后第二强壮的狮子就会趁机吃掉它。同样，第二强壮的狮子吃掉狮王后，也会犯困睡觉，然后第三强壮的狮子就会吃掉第二强壮的狮子，以此类推……
- 思考狮王会怎么做？
- 选一排同学，从狮王问起，从最小的狮子问起（吃，不吃，吃，不吃，…）

## 斯塔克伯格模型 (Stackelberg game)

- 序贯博弈下的产量竞争
- 两家公司一先一后选择产量。假设公司 1 先决定产量  $q_1$ ，公司 2 在观察到  $q_1$  后再决定产量  $q_2$
- 价格  $p = a - b(q_1 + q_2)$
- 最大化利润  $U_i(q_1, q_2) = pq_i - cq_i$
- 先行者还是后行者具有优势？

## 直观分析

- 使用逆向归纳法
- 先分析公司 2 的决策问题（因为最后决策的是公司 2）
  - $q_2^* = BR_2(q_1)$
- 再分析公司 1 的决策问题
  - 公司 1 知道在它选择产量  $q_1$  后，公司 2 会跟进选择产量  $BR_2(q_1)$
  - 因此，公司 1 实际上是在公司 2 的最优反应曲线上选择一个点  $(q_1, BR_2(q_1))$  来最大化它的利润（有约束的优化问题）
  - 公司 1 的最优产量  $q_1^*$  应该大于古诺产出  $q^C$  吗？如果大于，则会使得公司 2 的最优产量  $q_2^*$  小于古诺产出  $q^C$ （策略性替代游戏），对公司 1 有利
  - 古诺产出  $q^C$  在公司 1 的策略集里，没有被选说明公司 1 有利润更高的选择。另外， $q_1 + q_2$  会随着  $q_1$  增加（由  $BR_2(q_1)$  的斜率可知），从而价格下降，导致公司 2 的利润下降

## 数学推导

- 分两步求解斯塔克伯格模型
- 第一步：给定  $q_1$ ，求解公司 2 的决策问题

$$\begin{aligned} \max_{q_2} U_2(q_1, q_2) &= pq_2 - cq_2 \\ &= aq_2 - bq_2^2 - bq_1q_2 - cq_2 \end{aligned}$$

$$\text{一阶条件： } a - 2bq_2^* - bq_1 - c = 0$$

$$\text{二阶条件： } -2b < 0$$

$$q_2^* = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$



## 数学推导

- 第二步：将  $q_2 = q_2^*(q_1)$  代入  $U_1(q_1, q_2)$ ，求解公司 1 的决策问题，再将  $q_1^*$  回代到  $q_2^*(q_1)$  得到  $q_2^*$  的最终表达式

$$\begin{aligned} \max_{q_1} U_1(q_1) &= (a - bq_1 - bq_2^*)q_1 - cq_1 \\ &= -\frac{bq_1^2}{2} + \frac{(a-c)q_1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{一阶条件：} \frac{a-c}{2} - bq_1 = 0$$

$$\text{二阶条件：} -b < 0$$

$$q_1^* = \frac{a-c}{2b} > q^c = \frac{a-c}{3b} > q_2^* = \frac{a-c}{4b}$$

## 思考

- 考虑公司 1 先宣布未来产量，公司 2 再跟进。这种场景是一个序贯博弈吗
- 公司 1 光说无用，公司 2 没有理由相信（只要没有尘埃落定，都是不可信的），因此先行不起作用
- 需要有可信的承诺，沉默成本由于不可逆可以体现这种承诺
- 公司 2 发现内部有公司 1 的间谍该怎么办？（传递假信息还是真信息？谁是先行者？）
- 序贯博弈的关键不在于决策时间的先后，而在于信息传递的顺序（即谁有信息，谁知道谁将有信息）

### 经验 14

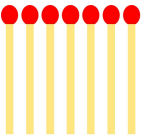
拥有更多信息可能不利（例如当对手知道玩家知道更多信息，然后采取不利行动时）。

## 思考

- 先行者优势 (First-mover advantage) 在任何情况下都成立吗 (石头剪刀布、学习先行者的失败经验)
- 当信息有用时，后行者优势 (Second-mover advantage) 成立
- 既没有先行者优势也没有后行者优势 (一方先分蛋糕另一方后选)
- 既可能有先行者优势也可能有后行者优势 (取决于游戏的初始设定)

# 尼姆（Nim）游戏

- 有两堆火柴，两位玩家轮流从两堆火柴选择一堆，再从这堆火柴中取走一根或多根火柴，最后拿空两堆火柴的玩家获胜



A



B

# 游戏分析

- 取胜关键在于让两堆火柴的数量相等
  - 如果一开始两堆火柴数量不相等，则先行者具有优势，让两堆火柴数量相等
  - 如果一开始两堆火柴数量相等，则后行者具有优势，因为先行者会让两堆火柴数量不相等
  - 假设两位玩家都会玩这个游戏，则一开始就可确定游戏结果



*Thanks!*